

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ БРЯНСКОЙ ОБЛАСТИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ТРУБЧЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

Утверждаю  
Директор ГБПОУ «ТПТ»  
\_\_\_\_\_ А.А.  
Ляпкин  
«» мая 2024 г.

**КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
ЕН.03 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
СТАТИСТИКА**

**ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ 09.02.06 СЕТЕВОЕ И СИСТЕМНОЕ  
АДМИНИСТРИРОВАНИЕ**

Рассмотрена и одобрена на заседании ц/к укрупненной  
группы специальностей 09.00.00 Информатика и  
вычислительная техника

Протокол №10  
от «27» мая 2024 г.

Председатель ц/к \_\_\_\_\_ Сердюк А.В.

Трубчевск  
2024

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе  
Федерального государственного образовательного стандарта по  
специальности  
среднего профессионального образования 09.02.06 Сетевое и системное  
администрирование, утвержденного приказом Министерства образования  
и  
науки от 9 декабря 2016 года № 1547 (зарегистрирован Министерством  
юстиции  
Российской Федерации 26 декабря 2016г., регистрационный №44936)

Организация-разработчик:

Государственное бюджетное профессиональное образовательное  
учреждение «Трубчевский политехнический техникум»

Разработчик:

Амелькина А.Ф. - преподаватель ГБПОУ «ТПТ»

Ф.И.О., учёная степень, звание, должность

## **СОДЕРЖАНИЕ**

- 1. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ  
СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**
- 2. РЕЗУЛЬТАТЫ УСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 3. КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
- 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

# 1. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО - ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ *ЕН.03 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА*

## 1.1. Общие положения

Контрольно-оценочные средств разработаны в соответствии с требованиями образовательной программы по специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование и рабочей программы дисциплины ЕН. 03 Теория вероятностей и математическая статистика

Контрольно-оценочные средства (далее - КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ЕН. 03 Теория вероятностей и математическая статистика. КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ УСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате оценки осуществляется проверка следующих объектов:

Код ПК, ОК	Умения	Знания
<i>ОК 01-ОК 05, ОК9-ОК 10</i>	Применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических	Элементы комбинаторики. Понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность. Алгебра событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формула полной вероятности. Схема и формула Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли; формула (теорема) Байеса. Понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и

задач. Применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа.	характеристики, непрерывная случайная величина, ее распределение и характеристики. Законы распределения непрерывных случайных величин. Центральная предельная теорема, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки. Понятие вероятности и частоты.
---	---

### 3. КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО - ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

#### 3.1. Задания для оценки освоения темы 1 «Элементы комбинаторики»:

##### Практическое занятие №1

##### Тема: «Подсчет числа комбинаций»

**Цель:** отработать умение решать задачи на расчет выборок (перестановок, размещений, сочетаний) с применением элементов и формул комбинаторики, развивать самостоятельную мыслительную деятельность, а также вычислительные навыки и творческое мышление студентов.

#### Теоретические сведения к практической работе

##### ПЕРЕСТАНОВКИ

Произведение первых  $n$  натуральных чисел обозначают  $n!$  (читается «эн факториал»), т. е.  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$ , причём по определению  $1! = 1$ . Таким образом,

$$P_n = n!$$

**Определение.** Перестановками из  $n$  элементов называются соединения, которые состоят из одних и тех же  $n$  элементов и отличаются одно от другого только порядком их расположения.

## РАЗМЕЩЕНИЯ

**Определение.** Размещениями из  $m$  элементов по  $n$  элементов ( $n \leq m$ ) называются такие соединения, каждое из которых содержит  $n$  элементов, взятых из данных  $m$  разных элементов, и которые отличаются одно от другого либо самими элементами, либо порядком их расположения.

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}.$$

## СОЧЕТАНИЯ

**Определение.** Сочетаниями из  $m$  элементов по  $n$  в каждом ( $n \leq m$ ) называются соединения, каждое из которых содержит  $n$  элементов, взятых из данных  $m$  разных элементов, и которые отличаются одно от другого по крайней мере одним элементом.

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n}.$$

### Задания для практической работы:

#### 1 вариант.

1. Решите уравнение:  $A_x^4 \cdot P_{x-4} = 42 \cdot P_{x-2}$
2. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?
3. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?
4. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?

5. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?

**2 вариант.**

1. Решите уравнение:  $12 \cdot C_{n+3}^{n-1} = 55 \cdot A_{n+1}^2$

2. Сколькими способами можно расставить на полке семь книг?

3. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют семь команд?

4. Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

5. На полке стоит 4 энциклопедии и 11 детективов. Сколькими способами можно выбрать пять детективов и две энциклопедии?

**3 вариант (\*) – дополнительный, по желанию**

1. Решите уравнение:  $P_{n+2} = 132 \cdot A_n^m \cdot P_{n-m}$

2. Сколькими способами можно составить список из шести человек?

3. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 1;2;3;4;5;6;7;8;9?

4. В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

5. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для генеральной уборки класса требуется выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

**4 вариант (\*) – дополнительный, по желанию**

1. Решите уравнение:  $P_{x+5} = 240 \cdot P_{x-c} \cdot A_{x+3}^{c+3}$

2. В соревнованиях участвовало четыре команды. Сколько вариантов

распределения мест между ними возможно?

3. Сколько вариантов расписания можно составить на один день, если всего имеется восемь учебных предметов, а в расписание на день могут быть включены только три из них?

4. Учащимся дали список из 10 книг, которые рекомендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?

5. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?

### **3.2. Задания для оценки освоения темы 2 «Основы теории вероятностей»:**

#### **Практическое занятие №2**

#### **Тема: «Вычисление вероятностей с использованием формул комбинаторики»**

**Цель:** отработать умение решать задачи на вычисление вероятностей с использованием формул комбинаторики, развивать самостоятельную мыслительную деятельность, а также вычислительные навыки и творческое мышление студентов.

#### **Теоретические сведения к практической работе:**

#### **ПЕРЕСТАНОВКИ**

Произведение первых  $n$  натуральных чисел обозначают  $n!$  (читается «эн факториал»), т. е.  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$ , причём по определению  $1! = 1$ . Таким образом,

$$P_n = n! \quad (1)$$

#### **РАЗМЕЩЕНИЯ**



$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}.$$

### СОЧЕТАНИЯ

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n}.$$

**Определение.** Вероятностью  $P(A)$  события  $A$  в испытании с равновозможными элементарными исходами называется отношение числа исходов  $m$ , благоприятствующих событию  $A$ , к числу  $n$  всех исходов испытания.

Таким образом,

$$P(A) = \frac{m}{n}, \text{ где } m \leq n.$$

Из формулы (1) следует, что

$$0 \leq P(A) \leq 1,$$

а также

$$P(V) = 0, P(U) = 1,$$

где  $V$  — невозможное событие;  $U$  — достоверное событие.

**Теорема 1.** Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий, т. е.

$$P(A + B) = P(A) + P(B). \quad (1)$$

**Определение.** События  $A$  и  $B$  называют независимыми, если выполняется равенство

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B). \quad (1)$$

### Задания для практической работы:

№1(1,3 -1 вариант, 2,4 – 2  
вариант)

Выяснить, являются ли события  $A$  и  $B$  независимыми, если:

- 1)  $P(A) = \frac{2}{5}$ ,  $P(B) = \frac{10}{13}$ ,  $P(AB) = \frac{4}{13}$ ;
- 2)  $P(A) = 0,75$ ,  $P(B) = 0,2$ ,  $P(AB) = 0,15$ ;
- 3)  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B) = 0,2$ ,  $P(AB) = 0,6$ ;
- 4)  $P(A) = \frac{3}{14}$ ,  $P(B) = \frac{7}{12}$ ,  $P(AB) = \frac{1}{4}$ .

**№2(1 вариант)**

В первой партии из 20 деталей 6 нестандартных, а во второй партии из 30 деталей 5 нестандартных. Наугад из каждой партии изымают по одной детали. Найти вероятность того, что: 1) обе детали оказались нестандартными; 2) обе детали оказались стандартными; 3) хотя бы одна деталь оказалась стандартной; 4) хотя бы одна деталь оказалась нестандартной.

**№2(2 вариант)**

В первой коробке находятся 7 белых и 3 чёрных шара, а во второй — 5 белых и 9 чёрных. Не глядя из каждой коробки вынимают по одному шару. Найти вероятность того, что: 1) оба вынутых шара белые; 2) оба вынутых шара чёрные; 3) хотя бы один шар белый; 4) хотя бы один шар чёрный.

**№3(1 – 1 вариант, 2 – 2 вариант)**

Вероятность попадания по мишени при одном выстреле некоторым стрелком равна 0,8. Найти вероятность попадания по мишени этим стрелком: 1) в каждом из трёх выстрелов; 2) хотя бы одним из трёх выстрелов.

**№ 4(1 вариант)**

В урне находится 10 зеленых, 6 синих и 4 чёрных шара. Наугад извлекается 3 шара. Найти вероятность того, что они будут:

а) все зелеными, б) все одного цвета, в) ровно два черных.

#### **№ 4(2 вариант)**

В урне находится 12 желтых, 8 красных и 10 оранжевых шаров. Наугад извлекается 3 шара. Найти вероятность того, что они будут:

а) все желтыми, б) все одного цвета, в) ровно два оранжевых.

**Примечание:** в задаче №4 выполнить округление ответов до тысячных.

### **Практическое занятие №3**

#### **Тема: «Вычисление вероятностей сложных событий»**

**Цель:** отработать умение решать задачи на вычисление вероятностей сложных событий, развивать самостоятельную мыслительную деятельность, а также вычислительные навыки и творческое мышление студентов.

#### **Теоретические сведения к практической работе:**

##### **Формула Байеса**

$$P(H_k) / A = \frac{P(H_k) \cdot P(A / H_k)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A / H_i)}$$

##### **Основные правила вычисления вероятностей сложных событий**

1. Вероятность достоверного события равна единице:

$$P(E) = 1$$

2. Вероятность объединения (суммы) несовместных событий равна сумме их вероятностей:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

3. Вероятность невозможного события равна нулю:

$$P(\emptyset) = 0$$

4. Вероятность события, противоположного событию А, равна

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

5. Теорема сложения вероятностей. Вероятность объединения

произвольных событий равна сумме их вероятностей за вычетом вероятности произведения событий:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Для несовместных событий  $P(AB) = 0$

### Формула Бернулли

Пусть производится  $n$  независимых одинаковых опытов. В результате каждого опыта событие  $A$  появляется с вероятностью  $p$ . Вероятность  $P(n, k)$  того, что в последовательности из  $n$  опытов событие  $A$  произойдет ровно  $k$  раз (формула Бернулли), равна

$$P(n, k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} p^k \cdot q^{n-k}, 0 \leq k \leq n, \quad (3)$$

где  $q = 1 - p$  – вероятность того, что событие  $A$  не произойдет в одном опыте.

### Задания для практической работы:

#### 1 вариант

1. В первой урне находятся 8 красных и 2 синих шара, а во второй урне 6 красных и 4 синих шара. Из наудачу взятой урны достали 1 шар, который оказался красным. Какова вероятность того, что этот шар был вынут из первой урны?
2. Стрелок поражает мишень с вероятностью 0,7. Какова вероятность 4 попаданий при 5 выстрелах?
3. В тире стрелок проводит 8 выстрелов по мишени с вероятностью попадания каждого 0,8. Какова вероятность того, что будет ровно 6 попаданий?
4. Вероятность того, что телевизор имеет скрытые дефекты, равна 0,3. На склад поступило 15 телевизоров. Какое событие вероятнее: что в этой партии имеется два телевизора со скрытыми дефектами или три?
5. Монету бросают 6 раз. Орел и решка выпадают равновероятно. Найти вероятность того, что герб выпадет 2 раза.
6. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Какова вероятность того, что из 10 посеянных семян взойдут: 7; по крайней мере, 7; не менее 7?



## 2 вариант

1. В первой урне находятся 8 красных и 2 синих шара, а во второй урне 6 красных и 4 синих шара. Из наудачу взятой урны достали 1 шар, который оказался синим. Какова вероятность того, что этот шар был вынут из второй урны?
2. Стрелок поражает мишень с вероятностью 0,9. Какова вероятность 5 попаданий при 6 выстрелах?
3. В тире стрелок проводит 6 выстрелов по мишени с вероятностью попадания каждого 0,8. Какова вероятность того, что будет ровно 4 попадания?
4. Вероятность того, что телевизор имеет скрытые дефекты, равна 0,3. На склад поступило 20 телевизоров. Какое событие вероятнее: что в этой партии имеется два телевизора со скрытыми дефектами или три?
5. Монету бросают 6 раз. Орел и решка выпадают равновероятно. Найти вероятность того, что герб выпадет 3 раза.
6. Всхожесть семян некоторого растения составляет 90%. Какова вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдут: 5; по крайней мере, 5; не менее 5?

Указание: полученные в процессе решения задач числовые значения вероятностей округлять до десятитысячных.

### 3.3. Задания для оценки освоения темы 3 «Дискретные случайные величины (ДСВ)»:

#### Практическое занятие №4

Тема: «Построение закона распределения и функция распределения ДСВ. Вычисление основных числовых характеристик ДСВ»

**Цель:** формировать умение решать задачи на запись распределения ДСВ, вычисление основных числовых характеристик ДСВ с целью развития логического и творческого мышления студентов, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

### Теоретические сведения к практической работе

**Мода** (обозначают  $Mo$ ) — это значение случайной величины, имеющее наибольшую частоту в рассматриваемой выборке.

Например, мода выборки 7, 6, 2, 5, 6, 1 равна 6; выборка 2, 3, 8, 2, 8, 5 имеет две моды:  $Mo_1 = 2$ ,  $Mo_2 = 8$ .

**Медиана** (обозначают  $Me$ ) — это число (значение случайной величины), разделяющее упорядоченную выборку на две равные по количеству данных части. Если в упорядоченной выборке нечётное количество данных, то медиана равна срединному из них. Если в упорядоченной выборке чётное количество данных, то медиана равна среднему арифметическому двух срединных чисел.

**Среднее** (или **среднее арифметическое**) выборки — это число, равное отношению суммы всех чисел выборки к их количеству. Если рассматривается совокупность значений случайной величины  $X$ , то её среднее обозначают  $\bar{X}$ .

Пусть распределение по вероятностям  $P$  значений некоторой случайной величины  $X$  задано таблицей 11.

Таблица 11

$X$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\dots$	$X_{n-1}$	$X_n$
$P$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$\dots$	$P_{n-1}$	$P_n$

Тогда число  $E$ , где

$$E = X_1P_1 + X_2P_2 + X_3P_3 + \dots + X_{n-1}P_{n-1} + X_nP_n, \quad (1)$$

называют **математическим ожиданием** (или **средним значением**) случайной величины  $X$ .

**Определение 1.** Разность наибольшего и наименьшего значений случайной величины выборки называется её **размахом** и обозначается  $R$ .

**Определение 2.** Отклонением от среднего называют разность между рассматриваемым значением случайной величины и средним значением выборки.

**Дисперсией** дискретной случайной величины  $X$  называется математическое ожидание квадрата отклонения этой величины  $X$  от ее математического ожидания. Дисперсия ДСВ  $X$  обозначается  $D(X)$  или  $Dx$ . Тогда

$$D(X) = M[X - M(X)]^2.$$

**Среднеквадратическим отклонением** случайной величины  $X$  называется корень квадратный из дисперсии этой ДСВ:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

**Задания для практической работы:**

**1 вариант.**

**Задание 1.** Найти размах, моду, медиану и среднее выборки:

1)  $-5, -15, 12, -7, 8, 13, -1, -7$ ;

2)  $16, -2, -8, 10, 14, -6, -2, 11$ .

**Задание 2.**

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение выборки:

1)  $3, 8, 5, 6$ ;

2)  $4, 7, 3, 9$ ;

3)  $4, 1, 3, 2, 2$ ;

4)  $3, 2, 1, 1, 5$ ;

5)  $2, -1, 3, -2, 5$ ;

6)  $-2, 4, -3, -1, 6$ .

**Задание 3.**



Найти размах, моду, медиану и среднее выборки значений случайной величины  $X$ , распределение которых по частотам  $M$  задано таблицей:

1)

$X$	-1	0	1	3	5	6
$M$	2	3	4	1	1	1

2)

$X$	-2	-1	0	2	3	4
$M$	1	2	4	4	1	1

#### Задание 4.

Сравнить стабильность производительности труда двух рабочих, первый из которых работал 5 дней, а второй — 6 дней, при этом они имели одинаковую среднюю производительность:

1)

Порядковый номер дня недели	1	2	3	4	5	6
Производительность труда I рабочего (дет. / день)	8	11	9	12	10	—
Производительность труда II рабочего (дет. / день)	8	12	11	8	12	9

2)

Порядковый номер дня недели	1	2	3	4	5	6
Производительность труда I рабочего (дет. / день)	9	—	11	10	11	9
Производительность труда II рабочего (дет. / день)	9	10	11	11	10	9

#### 3.4. Задания для оценки освоения темы 4 «Непрерывные случайные величины (далее - НСВ)»:

##### Практическое занятие №5

##### Тема: «Вычисление числовых характеристик НСВ. Построение функции плотности и интегральной функции распределения»

**Цель:** формировать умение решать задачи на вычисление числовых характеристик НСВ, построение функции плотности и интегральной функции распределения с целью развития логического и творческого мышления студентов, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

##### Теоретические сведения к практической работе



**Непрерывной** случайной величиной (НСВ) называется случайная величина, которая может принять любое значение из некоторого интервала.

Закон распределения НСВ записывается в виде плотности распределения или функции распределения. *Законом распределения случайной величины* называется соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими вероятностями.

*Случайная величина X называется непрерывной*, если её функция распределения  $F(x)$  является непрерывной, кусочно дифференцируемой функцией, производная которой кусочно непрерывна в области определения.

**Свойства НСВ:**

$$\forall x \quad 0 \leq F(x) \leq 1.$$

$$\forall x_1, x_2 : x_1 < x_2 \Rightarrow F(x_1) \leq F(x_2).$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1.$$

Вероятность того, что случайная величина X примет значение из промежутка  $[a; b)$  равна приращению функции распределения на этом промежутке:  $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$

**Плотностью распределения вероятностей НСВ** называется первая производная её функции распределения, то есть

$$f(x) = F'(x).$$

*В силу определения плотность распределения  $f(x)$  иногда называют дифференциальной функцией, а функцию распределения  $F(x)$  – интегральной функцией (так как она является для функции плотности первообразной функцией).*

Плотность распределения неотрицательная функция, то есть  $\forall x \in (-\infty; \infty) f(x) \geq 0$ .

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1, \quad F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt.$$

**Задания для практической работы:**

**1 вариант (№№ 1,3,5)**

**2 вариант (№№ 2,4,5)**

**Задание 1.** Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ (x-2)^2, & 2 \leq x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Найти: а) плотность вероятности случайной величины; б) вероятность попадания значения случайной величины в интервал (1; 2,5)

**Задание 2.** Случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1, \\ (x-1)^2, & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

- 1) Построить график функции  $F(x)$ ;
- 2) найти вероятности того, что в результате опыта случайная величина  $X$  примет значения, принадлежащие:
  - а) интервалу (1, 2; 1, 6);
  - б) отрезку [1, 7; 2, 3];
  - в) лучу  $\{x : x > 1, 5\}$ ;
  - г) лучу  $\{x : x \leq 1, 3\}$ .

**Задание 3.** Функция плотности непрерывной случайной величины  $X$  определена на всей числовой оси равенством

$$f(x) = \frac{C}{1 + 9x^2}$$

Определите значение параметра  $C$ .

**Задание 4.** Дана функция плотности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 2, \\ 2x - 4, & \text{при } 2 < x \leq 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Определите функцию распределения  $F(x)$ .

**Задание 5.** НСВ  $X$  задана своей функцией плотности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ -6x^2 + 18x - 12, & \text{если } 1 < x < 2, \\ 0, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

Определите медиану распределения случайной величины

### **3.5. Задания для оценки освоения темы 5 «Математическая статистика»:**

#### **Практическое занятие №6**

#### **Тема: «Построение эмпирической функции распределения. Вычисление числовых характеристик выборки»**

**Цель:** формировать умение решать задачи на построение эмпирической функции распределения, её графика (кумуляты), решать задачи на вычисление числовых характеристик выборки с целью развития логического и творческого мышления студентов, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

#### **Теоретические сведения к практической работе**

*Генеральной совокупностью* называется множество объектов, из которых производится выборка. Каждый из объектов задает фиксированное значение случайной величины.

*Выборка* – множество  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  случайно отобранных объектов (значений) из генеральной совокупности.

*Объемом* выборки  $n$  называется число входящих в нее объектов.

*Вариационным рядом* называется выборка  $\{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n\}$ , полученная в результате расположения значений исходной выборки в порядке возрастания. Значения  $\hat{x}_i$  называются вариантами.

*Эмпирическая функция распределения* определяется формулой

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \hat{x}_1, \\ \frac{i}{n}, & \hat{x}_i < x \leq \hat{x}_{i+1}, \\ 1, & x > \hat{x}_n. \end{cases}$$

Эмпирическая функция распределения  $F^*(x)$  является наилучшей оценкой функции распределения  $F(x)$  (несмещенной, состоятельной, эффективной).

Если анализируемая СВ  $X$  является дискретной с известным множеством значений  $\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ , то по исходной выборке объемом  $n$  определяется *статистический ряд распределения вероятностей*:

$x_j$	$x_1$	$x_2$	....	$x_m$
$p_j^*$	$k_1$	$k_2$	....	$k_m$

где  $p_j^*$  – частота появления  $j$ -го значения ( $p_j^* = \frac{k_j}{n}$ );

$k_j$  – число значений  $x_j$  в выборке.

Если анализируемая СВ  $X$  является непрерывной, то по исходной выборке строится *интервальный статистический ряд вероятностей*:

$j$	$A_j$	$B_j$	$h_j$	$v_j$	$p_j^*$	$f_j^*$
1	$A_1$	$B_1$	$h_1$	$v_1$	$p_1^*$	$f_1^*$
...	...	...	...	...	...	...

где  $j$  – номер интервала;

$M$  – число непересекающихся и примыкающих друг к другу интервалов, на которые разбивается диапазон значений  $[\hat{x}_1, \hat{x}_n]$ :

### **Задания для практической работы:**

**Задача 1.** Путем опроса получены данные ( $n=80$ ):

*Выполнить задания:*

- а) получить дискретный вариационный ряд и статистическое распределение выборки;
- б) построить полигон частот;
- в) составить ряд распределения относительных частот;
- г) составить эмпирическую функцию распределения;
- д) построить график эмпирической функции распределения;
- е) найти основные числовые характеристики вариационного ряда (по возможности использовать упрощающие формулы для их нахождения):
  - 1) выборочное среднее  $\bar{x}_B$ ;
  - 2) выборочную дисперсию  $D(X)$ ;
  - 3) выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ ;
  - 4) коэффициент вариации  $V$ ;
  - 5) интерпретировать полученные результаты.

***Вариант 1***

Исходные данные для задания 1 варианта 1

1 4 1 4 3 3 3 1 0 6	1 2 3 5 1 4 3 3 5 1	5 2 4 3 2 2 3 3 1 3
2 3 1 1 4 3 1 4 3 1	6 4 3 4 2 3 2 3 3 1	4 6 1 4 5 3 4 2 4 5
2 6 4 1 3 3 4 1 3 1	0 1 4 6 4 7 4 1 3 5	

## **Вариант 2**

Исходные данные для задания 1 варианта 2.2

1 5 1 4 2 2 3 1 0 6	5 2 3 5 1 4 1 1 5 1	5 2 4 3 2 2 3 0 1 3
2 3 2 3 4 3 1 4 3 1	3 4 3 4 2 3 2 3 3 1	3 6 1 4 5 3 4 2 4 5
1 2 4 1 3 3 4 1 3 1	0 1 4 6 4 7 4 1 0 5	

### **Практическое занятие №7**

#### **Тема: «Точечные и интервальные оценки»**

**Цель:** формировать умение решать задачи на применение точечных и интервальных статистических оценок параметров распределения, решать задачи на нахождение доверительной вероятности с помощью доверительных интервалов для оценки статистических характеристик с целью развития логического и творческого мышления студентов, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

#### **Теоретические сведения к практической работе**

Статистические оценки подразделяют на *точечные* и *интервальные*, в зависимости от способа их представления (соответственно, числом или интервалом).

Так, для нормального закона распределения с плотностью вероятности  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$  параметрами служат математическое ожидание  $m$  и среднеквадратическое отклонение  $\sigma$ , а для равномерно распределенной генеральной совокупности с плотностью вероятности  $f(x) = \frac{1}{b-a}$  параметрами служат концы интервала  $a$  и  $b$ .

1) среднее выборочное  $\bar{x}_v$  служит несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания  $M(X)$ ;

2) если случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с параметрами  $N(m, \sigma)$ , то среднее выборочное  $\bar{x}_v$  также рас-

предельно нормально и имеет минимальную дисперсию  $D(\bar{x}_B) = \frac{\sigma^2}{n}$ ,

т.е.  $M(\bar{x}_B) = m$ ,  $\sigma(\bar{x}_B) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ . Поэтому среднее выборочное  $\bar{x}_B$  — эффективная и состоятельная оценка математического ожидания;

3) выборочная дисперсия  $D_B = \sigma_B^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x}_B)^2$  является смещенной оценкой генеральной дисперсии  $\sigma^2$ . Несмещенной оценкой генеральной дисперсии  $\sigma^2$  является «исправленная» дисперсия  $s^2$ , для получения которой необходимо умножить  $\sigma^2$  на так называемую *поправку Бесселя*  $\frac{n}{n-1}$ . Тогда

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_B = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x}_B)^2.$$

«Исправленная» выборочная дисперсия  $s^2$  является состоятельной оценкой генеральной дисперсии  $\sigma^2$ ;

4) если известно  $m$  — математическое ожидание случайной величины  $X$ , то выборочная дисперсия  $D_B = \sigma_B^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - m)^2$  является несмещенной, состоятельной и эффективной оценкой генеральной дисперсии  $\sigma^2$ ;

5) относительная частота  $\frac{n_i}{n}$  является несмещенной и состоятельной оценкой вероятности  $P(X = x_i)$ . Эмпирическая функция распределения  $F^*(x) = \frac{n_x}{n}$  — накопленная относительная частота — является несмещенной и состоятельной оценкой теоретической функции распределения  $F(x) = P(X < x)$ .

*Интервальной* называется статистическая оценка, определяемая двумя числовыми значениями — концами исследуемого интервала. Число  $\delta > 0$ , при котором  $|\Theta - \Theta^*| < \delta$ , характеризует *точность* интервальной оценки.

Алгоритм построения доверительного интервала имеет вид.

1. Извлечем выборку объемом  $n$  из генеральной совокупности с известным распределением  $f(x, \Theta)$  случайной величины  $X$ .

2. По данным выборки найдем точечную оценку  $\Theta^*$  неизвестного параметра  $\Theta$ .

3. Задаем надежность (доверительную вероятность)  $\gamma$ , или уровень значимости  $\alpha$ .

4. Определяем границы интервала  $(\Theta^* - \delta; \Theta^* + \delta)$ , используя плотность вероятности, из условия  $P(|\Theta - \Theta^*| < \delta) = \int_{\Theta^* - \delta}^{\Theta^* + \delta} f(x, \Theta) dx = \gamma = 1 - \alpha$ , причем обычно выбирают  $P(X(\Theta) < \Theta^* - \delta) = \frac{\alpha}{2}$ ;  $P(X(\Theta) > \Theta^* + \delta) = \frac{\alpha}{2}$ . Полученный интервал  $(\Theta^* - \delta; \Theta^* + \delta)$  с доверительной вероятностью  $1 - \alpha$  *покрывает* неизвестный параметр  $\Theta$  и является его *интервальной оценкой*. Так как наиболее часто встречается нормальное распределение  $N(m; \sigma)$ , то построим интервальные оценки для параметров нормального распределения.

#### Задания для практической работы:

**Задание 1** Найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии по таблице выборки

$x_i$	2	6	12
$n_i$	3	10	7

**Задание 2** В таблице заданы две выборки температуры  $t$  за



первые шесть дней января 2004 и 2005 гг. Обозначим через  $x_1$  и  $x_2$  соответственно наблюдаемую температуру за эти годы:

№	1	2	3	4	5	6
$x_1$	-35	-32	-26	-35	-30	-17
$x_2$	-31	-27	-28	-35	-40	-31

Найти доверительный интервал для математического ожидания  $m$  генеральной совокупности с доверительной вероятностью  $\gamma = 0,8$ .

**Задание 3** Было проверено качество 15 болтов. Предполагая, что ошибка при их изготовлении подчинена нормальному закону распределения, причем выборочное среднеквадратическое отклонение  $\sigma_v$  равно 5 мм, определить с надежностью  $\gamma = 0,95$  доверительный интервал для неизвестного параметра  $\sigma$ .

**Задание 4** Выборочный статистический опрос 100 студентов

показал, что 80 человек из них устраиваются на работу в процессе учебы в вузе. Найти интервальную оценку вероятности того, что случайно выбранный студент совмещает учебу в вузе и работу при условии, что полученный результат допускает ошибку не более чем в 5 % случаев.

### **3.6. Задания для оценки освоения курса учебной дисциплины ЕН.03** ***ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА*** ***(09.02.06)***

- **Форма/вид промежуточной аттестации**

Формой промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом является: дифференцированный зачет

- **Форма проведения промежуточной аттестации**

Письменная контрольная работа.

- **Срок проведения**

Дисциплина в соответствии с учебным планом по специальности изучается на протяжении одного семестра. Промежуточная аттестация проводится в конце семестра.

**Проверяемые знания и умения:**

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен *уметь*:

У1. Решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен *знать*:

31. Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении образовательной программы СПО;

32. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

33. Основные понятия и методы математического анализа;

34. Основы теории вероятностей и математической статистики;

35. Основные понятия и методы дискретной математики, линейной алгебры.

**ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**  
**(дифференцированный зачет)**

**Вариант 1**

**Задание 1.** Сколькими способами можно расставить на полке семь книг?

**Задание 2.** Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

**Задание 3.** Всхожесть семян некоторого растения составляет 70%. Какова вероятность того, что из 10 посеянных семян взойдут: 8, по крайней мере, 8; не менее 8?

**Задание 4.** Имеются результаты 20 измерений диаметра  $d$  болта (в миллиметрах с точностью до 0,1):

10,1; 10,0; 10,2; 10,1; 9,8; 9,9; 10,0;  
 10,0; 10,2; 10,0;  
 10,0; 9,9; 10,0; 10,1; 10,0; 9,9; 10,0;  
 10,1; 10,1; 10,0.

Представить эти данные с помощью: 1) таблиц распределения по частотам  $M$  и относительным частотам  $W$ ; 2) полигона частот.

### Задание 5

Распределение по частотам значений величины  $X$  - числа забитых голов игроками футбольной команды за период соревнований показано в таблице. Найти среднее квадратичное отклонение от среднего значения числа всех забитых

$X$	0	1	2	3
$M$	4	2	3	1

голов.

### Задание 6

Функция плотности непрерывной случайной величины  $X$  определена на всей числовой оси равенством

$$f(x) = \frac{C}{1 + 9x^2}$$

Определите значение параметра  $C$ .

### Задание 7

НСВ  $X$  задана своей функцией плотности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ -6x^2 + 18x - 12, & \text{если } 1 < x < 2, \\ 0, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

Определите медиану распределения случайной величины  $X$ .

## Вариант 2

Задание 1. Сколькими способами можно составить список из 6 книг?

Задание 2. У Дины в копилке лежит 7 рублёвых, 5 двухрублёвых, 6 пятирублёвых и 2 десятирублёвых монеты. Дина наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит менее 60 рублей.

**Задание 3.** Банк выдал 6 кредитов. Вероятность того, что кредит не будет погашен в срок, равна 0,2. Определить вероятность того, что в срок не будут погашены четыре кредита.

**Задание 4.** Два токаря вытачивали одинаковые детали, причем первый трудился полную рабочую неделю, а второй по распоряжению начальника – 4 дня. Сведения об их дневной выработке представлены в таблице. Сравнить стабильность работы токарей.

День недели	Дневная выработка	
	первого токаря (X)	второго токаря (Y)
Понедельник	53	52
Вторник	54	46
Среда	49	53
Четверг	48	49
Пятница	46	—

**Задание 5.** В первой урне находится 7 черных и 3 белых шара, а во второй урне – 4 черных и 6 белых шаров. Из наудачу взятой урны достали один шар, который оказался белым. Какова вероятность того, что этот шар был вынут из первой урны?

**Задание 6.** Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ (x-2)^2, & 2 \leq x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Найти: а) плотность вероятности случайной величины; б) вероятность попадания значения случайной величины в интервал (1; 2,5)

**Задание 7.** Найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии по таблице выборки

$x_i$	2	6	12
$n_i$	3	10	7

#### 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Критерии оценки дифференцированного зачета	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
Отсутствие ошибок в работе, корректность оформления и вычислений. Работа выполнена в полном объеме. Без дополнительных пояснений (указаний) используются навыки и умения. Все материалы оформлены аккуратно и согласно указанным требованиям. Даются грамотные ответы на поставленные вопросы.	5	отлично
Работа выполнена в полном объеме. Навыки и умения, полученные при изучении дисциплины, не могут быть использованы без дополнительных пояснений. При оформлении работы допущены несущественные ошибки в расчетах и построении чертежей (ошибки при округлении чисел, отсутствие обозначений на чертежах и т.п.).	4	хорошо
Работа выполнена в полном объеме, но содержит грубые ошибки (например, неверное вычисление выборочного среднего, что повлекло неверные вычисления всех других параметров). Навыки и умения, полученные при изучении дисциплины, не могут быть использованы без длительных дополнительных пояснений. Показаны ограниченные знания предмета при ответе на вопросы.	3	удовлетворительно
Работа содержит принципиальные	2	неудовлетворительно

ошибки (перепутаны формулы, чертежи не соответствуют расчетам, нарушена последовательность выполнения вычислений и т.п.). Отсутствуют базовые школьные знания. Работа оформлена крайне небрежно. Показывается незнание предмета при ответе на вопросы.		
--	--	--

**Информационные источники для разработки комплекта КОС по учебной дисциплине**

**ЕН.03 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

(специальность 09.02.06 Сетевое и системное администрирование)

**Основные источники**

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика –М.: ОИЦ «Академия». 2023.
2. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач. –М.: ОИЦ «Академия». 2023.
3. Кремер, Н. Ш. Математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 259 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01662-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. —URL:<https://urait.ru>

**Дополнительные источники**

1. Григорьев В.П. Сборник задач по высшей математике: учеб. пособие для студентов учрежд. СПО / В.П .Григорьев, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2023. – 160 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: учеб. для студ. образовательных учреждений сред. проф. образования / И. Д. Пехлецкий. - М.: Издательский центр «Академия», 2020. – 304 с.
3. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва :

Издательство Юрайт, 2023. — 224 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-16717-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru>

4. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для среднего профессионального образования / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-00859-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru>

### **Интернет-ресурсы:**

1. Образовательная платформа Юрайт [urait.ru](https://urait.ru)

#### *Медиамаатериалы*

1. МОЖНО ЛИ ДОВЕРЯТЬ МАТЕМАТИКЕ? | IQ // SciOne — <https://youtu.be/ZTZjFz8HPUM>
2. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение // Dave Your Tutor — <https://youtu.be/rCAK7uYK3Bc>
3. Проверка гипотез — подробное объяснение с примерами // Dave Your Tutor — <https://youtu.be/lCuB2nEaBwM>
4. Простое объяснение проверки статистических гипотез // Dave Your Tutor — <https://youtu.be/UApFKiK4Hi8>
5. Просто о регрессионном анализе // Dave Your Tutor — [https://youtu.be/k\\_OB1tWX9PM](https://youtu.be/k_OB1tWX9PM)
6. Портфельные инвестиции: Считаём доходность портфеля и риск по портфелю // Высшая школа экономики — [https://youtu.be/LEY8Oy4\\_A\\_Y](https://youtu.be/LEY8Oy4_A_Y)